7. Rovnice a nerovnice v součinovém a podílovém tvaru (vedoucí i na kvadratické a vyšších stupňů)

Příklady

① Řešte v R — ROVNICE

a) $(4x^2+17x+4)(2x^2-3x+4)=0$ $\qquad D=R$

součinový tvar: $a\cdot b=0 \Leftrightarrow a=0 \vee b=0$

$4x^2+17x+4=0$
$(a=4,\ b=17,\ c=4)$

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$
$$x_{1,2}=\frac{-17\pm\sqrt{17^2-4.4.4}}{2.4}$$
$$x_{1,2}=\frac{-17\pm\sqrt{289-64}}{8}=\frac{-17\pm\sqrt{225}}{8}$$
$$x_{1,2}=\frac{-17\pm15}{8}= \begin{cases}\frac{-17+15}{8}=-\frac{1}{4}\\ \frac{-17-15}{8}=-4\end{cases}$$

$2x^2-3x+4=0$
$(a=2,\ b=-3,\ c=4)$

$$x_{3,4}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$
$$x_{3,4}=\frac{3\pm\sqrt{9-4.2.4}}{4}$$
$$x_{3,4}=\frac{3\pm\sqrt{9-32}}{4},\quad D<0$$

nemá řešení

$K=\{-\frac{1}{4},-4\}$

b) $$\frac{3x^2+2x-1}{(1-3x)(x^2+x+1)}=0 \quad |\cdot(1-3x)(x^2+x+1)$$

podílový tvar: $\frac{a}{b}=0 \Leftrightarrow a=0 \wedge \underset{D}{b\neq0}$

[určení D: $1-3x\neq0$, $x\neq\frac{1}{3}$ $\qquad x^2+x+1\neq0$ $(a=1,\ b=1,\ c=1)$ $x_{1,2}=\frac{-1\pm\sqrt{1-4.1.1}}{2}$, $D<0$ nemá řeš.]

$D=R-\{\frac{1}{3}\}$

$3x^2+2x-1=0$
$(a=3,\ b=2,\ c=-1)$

$$x_{1,2}=\frac{-2\pm\sqrt{4+4.3.1}}{6}=\frac{-2\pm4}{6}= \begin{cases}\frac{-2+4}{6}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}\notin D\\ \frac{-2-4}{6}=-\frac{6}{6}=-1\in D\end{cases}$$

$K=\{-1\}$

c) $$\frac{u^2+1}{u}+\frac{2u^2-2}{u^2}=2u \quad |\cdot u^2 \text{ (odstr. zlomků)}$$ $\qquad D=R-\{0\}$ $\quad [u\neq0]$

1.zp.

$u(u^2+1)+2u^2-2=2u^3$!
$u^3+u+2u^2-2=2u^3$
$-u^3+2u^2+u-2=0 \quad |\cdot(-1)$
$u^3-2u^2-u+2=0$ $\qquad$ KUBICKÁ RCE (postup. vytýk.)
$u^2(u-2)-1(u-2)=0$!
$(u-2)(u^2-1)=0$
$(u-2)(u-1)(u+1)=0$

$u-2=0$, $u_1=2\in D$ $\qquad u-1=0$, $u_2=1\in D$ $\qquad u+1=0$, $u_3=-1\in D$

$K=\{-1,1,2\}$

2.zp. na spol. jmen.

$$\frac{u(u^2+1)+2u^2-2-2u^3}{u^2}=0 \qquad \frac{a}{b}=0 \Leftrightarrow a=0\wedge b\neq0$$

$u(u^2+1)+2u^2-2-2u^3=0$ (viz 1.zp.)

[lze i zkusmo nalézt 1 kořen
– viz Rce vyš. řádů
1: ano $\quad (u-1)(u^2+pu+q)=0$
urč. p,q – dělením, nebo porovnáváním
⋮
$(u-1)(u^2-u-2)=0$
$(u-1)(u-2)(u+1)=0$]

② Řešte v R

a) $(x^2+3x-1)(5x^2+6)=0$ $\quad D=R$

$x^2+3x-1=0$

$(a=1, b=3, c=-1)$

$x_{1/2}=\frac{-3\pm\sqrt{9+4.1.1}}{2}$

$x_{1/2}=\frac{-3\pm\sqrt{13}}{2}$ $\begin{cases}\frac{-3+\sqrt{13}}{2}\in D\\ \frac{-3-\sqrt{13}}{2}\in D\end{cases}$

$5x^2+6=0$

$5x^2=-6$

nelze

nemá řeš.

$K=\left\{\frac{-3+\sqrt{13}}{2}, \frac{-3-\sqrt{13}}{2}\right\}$

b) $(y^2-7y+6)(-y^2+4y-4)=0$ $\quad D=R$

xc

$y^2-7y+6=0$

$(y-6)(y-1)=0$

$y_1=6_{\in D}$ $\quad y_2=1_{\in D}$

$-y^2+4y-4=0 \quad /.(-1)$

$y^2-4y+4=0$

$(y-2)^2=0$

$y_{3,4}=2_{\in D}$

$K=\{1,2,6\}$

③ Řešte v R

a) $\frac{(2x^2+5x+3)(3x+2)}{x^2+2x+1}=0 \quad /.(x^2+2x+1)$ $\quad D=R-\{1\}$

$\left[\begin{array}{c} x^2+2x+1\neq0\\ (x+1)^2\neq0\\ x\neq-1\end{array}\right]$

$(2x^2+5x+3)(3x+2)=0$

$2x^2+5x+3=0$

$(a=2, b=5, c=3)$

$x_{1/2}=\frac{-5\pm\sqrt{25-4.2.3}}{4}$

$x_{1/2}=\frac{-5\pm1}{4}$ $\begin{cases}\frac{-5+1}{4}=-\frac{4}{4}=-1\notin D\\ \frac{-5-1}{4}=-\frac{6}{4}=-\frac{3}{2}\in D\end{cases}$

$3x+2=0$

$3x=-2$

$x=-\frac{2}{3}\in D$

$K=\left\{-\frac{3}{2}, -\frac{2}{3}\right\}$

b) $\frac{x^2+2x+3}{x^2-9}=0$ $\quad D=R-\{3,-3\}$

xc

$\left[\begin{array}{c} x^2-9\neq0\\ (x-3)(x+3)\neq0\end{array}\right]$

$x^2+2x+3=0$

$(a=1, b=2, c=3)$

$x_{1/2}=\frac{-2\pm\sqrt{4-4.1.3}}{2}$, $D<0$

nemá řeš.

$K=\emptyset$

④ Řešte v R

a) $\frac{\sqrt{2}u}{2u-\sqrt{2}}=\frac{2u}{\sqrt{2}u-3} \quad /.(2u-\sqrt{2})(\sqrt{2}u-3)$

$\left[\begin{array}{cc} 2u-\sqrt{2}\neq0 & \sqrt{2}u-3\neq0\\ 2u\neq\sqrt{2} & \sqrt{2}u\neq3\\ u\neq\frac{\sqrt{2}}{2} & u\neq\frac{3}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\\ & u\neq\frac{3\sqrt{2}}{2}\end{array}\right]$

$D=R-\left\{\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{3\sqrt{2}}{2}\right\}$

$\sqrt{2}u(\sqrt{2}u-3)=2u(2u-\sqrt{2})$

$2u^2-3\sqrt{2}u=4u^2-2\sqrt{2}u$

$0=2u^2+\sqrt{2}u$

$u(2u+\sqrt{2})=0$

$u_1=0_{\in D}$

$2u+\sqrt{2}=0$

$2u=-\sqrt{2}$

$u_2=-\frac{\sqrt{2}}{2}\in D$

$K=\left\{0, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$

b) $1-\frac{1}{x}=\frac{x-1}{x^2+x}$

zk

$1-\frac{1}{x}=\frac{x-1}{x(x+1)}$ $\quad /\cdot x(x+1)$

$D=R-\{0,-1\}$

$x(x+1)-1(x+1)=x-1$

$x^2+x-x-1=x-1$

$x^2=x$

$x^2-x=0$

$x(x-1)=0$

$x_1=0 \notin D \qquad x_2=1 \notin D$

$K=\emptyset$

c) $\frac{2}{1-v}-\frac{7}{1+v}=\frac{3}{v}$ $\quad /\cdot v(1-v)(1+v)$

zk

$D=R-\{1,-1,0\}$

$2v(1+v)-7v(1-v)=3(1-v)(1+v)$

$2v+2v^2-7v+7v^2=3(1-v^2)$

$9v^2-5v=3-3v^2$ $\quad$ kv. rce – anulovat

$12v^2-5v-3=0$

$(a=12,\ b=-5,\ c=-3)$

$v_{1,2}=\frac{5\pm\sqrt{25+4\cdot12\cdot3}}{2\cdot12}=\frac{5\pm\sqrt{25+144}}{24}=\frac{5\pm\sqrt{169}}{24}$

$v_{1,2}=\frac{5\pm13}{24}$ — $\frac{5+13}{24}=\frac{18}{24}=\frac{3}{4}\in D$; $\quad \frac{5-13}{24}=-\frac{8}{24}=-\frac{1}{3}\in D$

$K=\{\frac{3}{4},-\frac{1}{3}\}$

⑤ Řešte v R $\qquad$ NEROVNICE – ANULOVAT => součinový nebo podílový tvar

a) $(y^2-6y+9)\overset{\text{upravit}}{(40+3y-y^2)}\leqq 0$

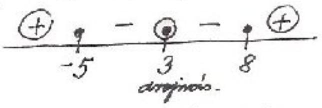
$(y-3)(y-3)(-1)(y^2-3y-40)\leqq 0$ $\quad /\cdot(-1)$ $\quad$ SOUČINOVÝ TVAR

↳ zbavit se vynás. (−1)

$(y-3)^2(y^2-3y-40)\geqq 0$!!

$(y-3)^2(y-8)(y+5)\geqq 0$

[nul. b. +3 (dvojnás.), 8, −5]



zk. 9: $(9-3)^2(9-8)(9+5)>0$ ⊕

– přechodem přes dvojnásobný (sudonásobný) nul. b. se nemění znaménko

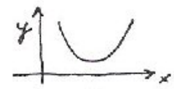
!! POKUD V RECI ⊜ , NUTNO PROZKOUMAT I NULOVÉ BODY

$K=(-\infty,-5\rangle\cup\langle 8,+\infty)\cup\{3\}$

b) $(u-1)^2(u^2+u+2)\leqq 0$

[nul. b. $u_0=1$! dvojnás. $\qquad u^2+u+2=0$

$u_{1,2}=\frac{-1\pm\sqrt{1-4\cdot1\cdot2}}{2}$, $D<0$



nelze v R rozložit, nemá nul. b.

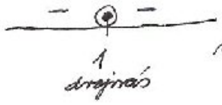
=> protože $a=1>0$ => $u^2+u+2>0$ pro $\forall u\in R$]

$(u-1)^2(u^2+u+2)\leqq 0$ $\quad /:(u^2+u+2)$

lze (je $\overset{>0}{\neq 0}$ a kladný) => NEMĚNÍME ZNAMÉNKO NEROVNOSTI

1. zp. $\quad (u-1)^2\leqq 0$

[kladný výraz nemá vliv na řešení nerovnice – lze ho neuvažovat]



zk. 2: $(2-1)^2>0$

$K=\{1\}$

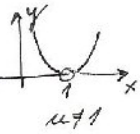
2. zp. graficky

$\underbrace{(u-1)^2}_{y}\leqq 0$, $y\leq 0$ $\quad$ NEROVNOST PLATÍ JEN pro $u=1$

[KDYBY

$(u-1)^2>0$

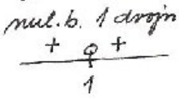
$y>0$



$u\neq 1$

nebo

nul. b. 1 dvojn.



$K=R-\{1\}$]

c) $v^2(v^2+1) > 0 \quad | : (v^2+1) \quad [\text{lze, je} \neq 0 \text{ a } > 0]$ $\qquad D = R$

$\underbrace{}_{>0 \text{ vždy}}$ (protože $v^2 \geq 0$ pro $\forall v \in R$, a tedy $v^2+1 > 0$)

1.zp. $v^2 > 0$

$[v^2 > 0$ pro $\forall v \in R$ mimo $v = 0]$

$K = R - \{0\}$

2.zp. nul.b. $v = 0$ dvojnás.

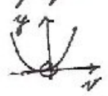
$+ \circ +$; 0 $\quad$ zk.1: $1^2 > 0$

$K = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty) = R - \{0\}$

3.zp. graficky

$v^2 > 0$

$f: y = v^2$



$K = R - \{0\}$

4.zp. s využ. abs. h.

$v^2 > 0 \quad |\sqrt{\ }$

$|v| > 0$

$[\text{nul.b. } v_0 = 0]$ $\quad \circ$; 0

kl.b., kl. mají vzd. od nul.b. větší než 0 $\qquad K = R - \{0\}$

d) $(3-2x)(5+2x-3x^2) < 0$

DÚ $\quad (3-2x)(-1)(3x^2-2x-5) < 0 \quad | \cdot (-1)$

$(3-2x)(3x^2-2x-5) > 0$

$\left[\text{nul.b. } 3-2x=0 \right.$

$3 = 2x \quad | : 2$

$x = \frac{3}{2}$

$3x^2 - 2x - 5 = 0$

$(a=3, b=-2, c=-5)$

$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4+4\cdot3\cdot5}}{2\cdot3} = \frac{2 \pm \sqrt{64}}{6} = \frac{2 \pm 8}{6} = \left\langle \begin{array}{l} \frac{10}{6} = \frac{5}{3} \\ -\frac{6}{6} = -1 \end{array} \right]$

$(3-2x) \cdot 3\left(x - \frac{5}{3}\right)(x+1) < 0 \quad | : 3$

$(3-2x)\left(x - \frac{5}{3}\right)(x+1) < 0 \qquad$ [pozor na pořadí nul.b. $\frac{3}{2} = 1{,}5 \quad \frac{5}{3} \doteq 1{,}7$]

$+ \circ - \circ + \circ -$; $-1 \quad \frac{3}{2} \quad \frac{5}{3}$ $\qquad$ zk. 2: $(3-2\cdot2)\left(2-\frac{5}{3}\right)(2+1) > 0$

$\ominus \cdot \oplus \cdot \oplus = \ominus$

$K = \left(-1, \frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{5}{3}, +\infty\right)$

e) $\left(\frac{1}{2}x - 3\right)(4x^2+3x+1) \geq 0$

DÚ $\left[\text{nul.b. } \frac{1}{2}x - 3 = 0 \quad | \cdot 2\right.$

$x - 6 = 0$

$x_0 = 6$

$4x^2 + 3x + 1$

$(a=4, b=3, c=1)$

$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9-4\cdot4\cdot1}}{2\cdot4}$, $D < 0$ nelze v R rozložit

$\Rightarrow$ pro $a = 4 > 0 \ldots \; 4x^2+3x+1 > 0$

$\left(\frac{1}{2}x - 3\right)(4x^2+3x+1) \geq 0 \quad | : (4x^2+3x+1)$

lze, $\neq 0$ a > 0, neměníme znam. nerov.

$\left(\frac{1}{2}x - 3\right) \geq 0$

$x - 6 \geq 0$

$x \geq 6$ $\qquad \bullet$; 6

POKUD $D < 0$ a koef. $a > 0$ $\Rightarrow$ lze tímto výrazem dělit

$K = \langle 6, +\infty)$

⑥ Řešte v R

PODÍLOVÝ TVAR $\frac{a}{b} \geqq 0$ $\frac{a}{b} \leqq 0$

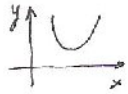
a) $\dfrac{(x^2-4x+5)(1-x)}{x^2-4x+1} \geqq 0$

[rozložit kv. trojčleny

x^2-4x+5
$(a=1,\ b=-4,\ c=5)$

$x_{1/2} = \dfrac{4 \pm \sqrt{16-4.1.5}}{2}$, $D<0$

nelze v R rozložit
– pro $a=1>0 \Rightarrow \underbrace{x^2-4x+5>0}_{y>0}$ pro $\forall x \in R$



| x^2-4x+1
$(a=1,\ b=-4,\ c=1)$ částeč. odmoc.

$x_{1/2} = \dfrac{4 \pm \sqrt{16-4.1.1}}{2} = \dfrac{4 \pm \sqrt{12}}{2}$

$x_{1/2} = \dfrac{4 \pm 2\sqrt{3}}{2} = \dfrac{\cancel{2}(2 \pm \sqrt{3})}{\cancel{2}} = \begin{cases} 2+\sqrt{3} \\ 2-\sqrt{3} \end{cases}$]

$\dfrac{(x^2-4x+5)(1-x)}{(x-(2+\sqrt{3}))(x-(2-\sqrt{3}))} \geqq 0$ $\quad /:(x^2-4x+5)$ (lze, je >0 - tj. $\neq 0$) $\quad D = R - \{2+\sqrt{3},\ 2-\sqrt{3}\}$

$\dfrac{1-x}{(x-(2+\sqrt{3}))(x-(2-\sqrt{3}))} \geqq 0$ $\quad$ [lze širší úprava $\dfrac{1-x}{(x-2-\sqrt{3})(x-2+\sqrt{3})} \geqq 0$ $\Rightarrow$ nul. body $x-2-\sqrt{3}=0$, $x=2+\sqrt{3}$ atd.]

[nul. b. $\quad 1-x=0$, $x=1$ $\quad x-(2+\sqrt{3})=0$, $x=2+\sqrt{3} \doteq 2+1{,}7$ $\quad x-(2-\sqrt{3})=0$, $x=2-\sqrt{3} \doteq 2-1{,}7$]

⊕ ∅ − ● ⊕ ∅ −
$2-\sqrt{3}$ $\quad 1 \quad$ $2+\sqrt{3}$ (3,7)

POZOR NA POŘADÍ

zk. 4: $\dfrac{1-4}{(4-2-\sqrt{3})(4-2+\sqrt{3})} \quad \dfrac{\ominus}{\oplus \cdot \oplus} = \ominus$

$K = (-\infty,\ 2-\sqrt{3}) \cup \langle 1,\ 2+\sqrt{3})$

připuštěna rovnost ⇒ PROZKOUMAT NUL. BODY

b) $\dfrac{x}{x+1} + \dfrac{x}{x-1} > 1$ $\quad$! CHYTÁK – PŘEVÉST NA ANULOVANÝ TVAR !

$\dfrac{x}{x+1} + \dfrac{x}{x-1} - 1 > 0$ $\quad$ NA SPOLEČNÝ JMENOVATEL

$\dfrac{x(x-1) + x(x+1) - 1(x+1)(x-1)}{(x+1)(x-1)} > 0$

$\dfrac{x^2-x+x^2+x-(x^2-1)}{(x+1)(x-1)} > 0$

$\dfrac{2x^2-x^2+1}{(x+1)(x-1)} > 0$

$\dfrac{x^2+1}{(x+1)(x-1)} > 0$ $\quad /:(x^2+1)$ lze (je $\neq 0$ a větší než 0) nemění znam. nerov.

[nul. b. $\quad x^2+1=0$, $x^2=-1$ nemá řeš. $\Rightarrow$ nul. b. nen. $\quad x+1=0$, $x=-1$ $\quad x-1=0$, $x=1$

$\forall x \in R$: $x^2+1>0$, tj. ⊕ lze dělit (x^2+1)]

(1. způ.) $\dfrac{1}{(x+1)(x-1)} > 0$

⊕ ○ − ○ ⊕
$-1 \quad 1$

zk. 2: $\dfrac{1}{(2+1)(2-1)}$ ⊕

$K = (-\infty,-1) \cup (1,+\infty)$

(2. způ.) $\dfrac{1}{(x+1)(x-1)} > 0$

[čitatel ⊕ ⇒ aby celý zlomek ⊕, musí být jmenov. také ⊕]

$(x+1)(x-1) > 0$

+ −1 − 1 +

$K = (-\infty,-1) \cup (1,+\infty)$

c) $\frac{x-1}{x^2} < 3$ ❗ANULOVAT

$\frac{x-1-3x^2}{x^2} < 0$ $\quad D = R - \{0\}$

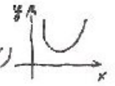
$\frac{-3x^2+x-1}{x^2} < 0$ $\quad 1.(-1)$ změna nerovnosti

$\frac{3x^2-x+1}{x^2} > 0$ ❗

nul. b. $3x^2-x+1=0$ $\quad x^2=0$
$(a=3, b=-1, c=1)$ $\quad x=0$ dvojnás.

$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1-4 \cdot 3 \cdot 1}}{2 \cdot 3}$, $D<0$

nul. b. nemá, nelze v R rozložit
$a=3>0 \Rightarrow 3x^2-x+1>0$ (viz graf)
$\Rightarrow$ výrazem lze v nerovnici dělit



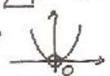
1. zp. $\frac{1}{x^2} > 0$

$+ \quad \cancel{} \quad +$; 0 dvojnás. ; zk. 1: $\frac{1}{1} > 0 \ \oplus$

2. zp. $\frac{1}{x^2} > 0$ $\quad \frac{\oplus}{\square} = \oplus$

$\Leftrightarrow x^2 > 0$

$\Leftrightarrow x \in R - \{0\}$



$K = R - \{0\}$

e) $\frac{2}{x+1} - 4 \leq \frac{1}{x}$
DÚ

$\frac{2}{x+1} - 4 - \frac{1}{x} \leq 0$

$\frac{2x-4x(x+1)-1(x+1)}{x(x+1)} \leq 0$

$\frac{2x-4x^2-4x-x-1}{x(x+1)} \leq 0$

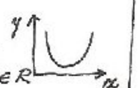
$\frac{-4x^2-3x-1}{x(x+1)} \leq 0$ $\quad 1.(-1)$ změna nerovnosti

$\frac{4x^2+3x+1}{x(x+1)} \geq 0$ ❗

nul. b. $4x^2+3x+1$
$(a=4, b=3, c=1)$

$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9-4 \cdot 4 \cdot 1}}{2 \cdot 4}$, $D<0$

nemá nul. b., nelze v R rozložit
$a=4>0 \Rightarrow 4x^2+3x+1>0$ pro $\forall x \in R$
$\Rightarrow$ lze tímto výrazem v nerovnici dělit.



1. zp. $\frac{1}{x(x+1)} \geq 0$

[nul. b. $0, -1$]

$\oplus \ \cancel{} \ - \ \cancel{} \ \oplus$; $-1 \quad 0$; zk. 1: $\frac{1}{1(1+1)} > 0$

$K = (-\infty, -1) \cup (0, +\infty)$

2. zp. $\frac{1}{x(x+1)} \geq 0$

$\Leftrightarrow x(x+1) > 0$
(jmen. nesmí být $=0$)

[nul. b. $0, -1$]

$\oplus \ \cancel{} \ - \ \cancel{} \ \oplus$; $-1 \quad 0$

d) $\frac{y}{3} - \frac{4}{y} \leq \frac{4}{3}$ $\quad$ ANULOVAT $\quad D = R - \{0\}$
DÚ

$\frac{y}{3} - \frac{4}{y} - \frac{4}{3} \leq 0$ $\quad$ spol. jmen.

$\frac{y^2-12-4y}{3y} \leq 0$ $\quad$ uspořádat kv. trojčlen

$\frac{y^2-4y-12}{3y} \leq 0$

$\frac{(y-6)(y+2)}{3y} \leq 0$

[nul. b. $6, -2, 0$]

$\ominus \bullet + \cancel{} \ominus \bullet +$; $-2 \quad 0 \quad 6$; zk. 7: $\frac{(7-6)(7+2)}{3 \cdot 7} > 0$

$K = (-\infty, -2\rangle \cup (0, 6\rangle$

f) $\frac{1}{x} \geq x$ $\quad D = R - \{0\}$
ANULOVAT
DÚ

$\frac{1}{x} - x \geq 0$

$\frac{1-x^2}{x} \geq 0$

$\frac{(1-x)(1+x)}{x} \geq 0$

[nul. b. $1, -1, 0$]

$\oplus \bullet - \cancel{} \oplus \bullet -$; $-1 \quad 0 \quad 1$; zk. 2: $\frac{(1-2)(1+2)}{2} < 0$

$K = (-\infty, -1\rangle \cup (0, 1\rangle$

DÚ g) $\frac{x^2-2x-8}{x^2+6x+8} \leq 0$ $\quad D = R - \{-4, -2\}$

1. zp. $\frac{(x-4)(x+2)}{(x+4)(x+2)} \leq 0$

[nul. b. $4, -4, -2$❗ dvojnás.] $\quad$ BEZ KRÁCENÍ

$+ \cancel{} \ominus \cancel{} \ominus \bullet +$; $-4 \quad -2 \quad 4$; dvojnás. (neměním zn.)

$K = (-4, -2) \cup (-2, 4\rangle$

2. zp. $\frac{(x-4)(x+2)}{(x+4)(x+2)} \leq 0$ $\rightarrow$ vždy $=1$, neovlivní nerovnost, lze krátit

$\frac{x-4}{x+4} \leq 0$ $\quad$ ALE $D = R - \{-4, -2\}$ $\quad$ S KRÁCENÍM

$+ \cancel{} \ \ominus \ \bullet +$; $-4 \quad 4$; zk. 5: $\frac{5-4}{5+4}$

$K = (-4, 4\rangle \cap D$

$K = (-4, 4\rangle - \{-4, -2\}$

$K = (-4, -2) \cup (-2, 4\rangle$